

 Câu 1

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng AB và $B'D'$ bằng

Ⓐ 30° .Ⓑ 135° .Ⓒ 45° .Ⓓ 90° . Tham khảo lời giải

 Câu 2

Biết $\int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{3}$ và $\int_0^1 g(x) dx = \frac{4}{3}$. Khi đó

$\int_0^1 [g(x) - f(x)] dx$ bằng

(A) $-\frac{5}{3}$.

(B) $\frac{5}{3}$.

(C) -1 .

(D) 1 .

ham khảo lời giải



 Câu 3

Tập xác định của hàm số $y = \log x + \log(3 - x)$ là

- Ⓐ $(3; +\infty)$. Ⓑ $(0; 3)$. Ⓒ $[3; +\infty)$. Ⓓ $[0; 3]$.

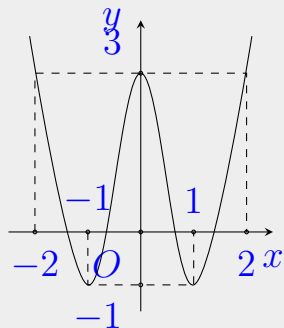
 ham khảo lời giải

 Câu 4

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- Ⓐ $(0; 1)$. Ⓑ $(-2; -1)$.
Ⓒ $(-1; 0)$. Ⓓ $(-1; 3)$.





Tham khảo lời giải

 Câu 5

Cho góc ở đỉnh của một hình nón bằng 60° . Gọi r , h , l lần lượt là bán kính đáy, đường cao, đường sinh của hình nón đó. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- (A) $l = 2r$. (B) $h = 2r$. (C) $l = r$. (D) $h = r$.

 **Tham khảo lời giải**



 Câu 6

Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua $A(-1; -1; 1)$ và nhận $\vec{u} = (1; 2; 3)$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình chính tắc là

$$\textcircled{A} \quad \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{3} \quad \textcircled{B} \quad \frac{x+1}{-1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+3}{1}$$

$$\textcircled{C} \quad \frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{3} \quad \textcircled{D} \quad \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{1}$$



Tham khảo lời giải

Mui Doan - ☎ 0908 466 889

 Câu 7

Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

Ⓐ $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right).$

Ⓑ $\left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right).$

Ⓒ $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right).$

Ⓓ $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right).$



Tham khảo lời giải

Mui Doan - ☎ 0908 466 889

 Câu 8

Cho các số phức $z = 2 + i$ và $w = 3 - i$. Phần thực của số phức $z + w$ bằng

Ⓐ 0.

Ⓑ -1.

Ⓒ 5.

Ⓓ 1.

 Tham khảo lời giải

 Câu 9

Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 3x$ là

(A) $-\frac{1}{3} \cos 3x + C.$

(B) $-\cos 3x + C.$

(C) $\cos 3x + C.$

(D) $\frac{1}{3} \cos 3x + C.$

 ham khảo lời giải

 Câu 10

Cho cấp số cộng (u_n) , với $u_1 = 1$ và $u_3 = \frac{1}{3}$. Công sai của (u_n) bằng

Ⓐ $\frac{2}{3}$.

Ⓑ $-\frac{1}{3}$.

Ⓒ $-\frac{2}{3}$.

Ⓓ $\frac{1}{3}$.

 ham khảo lời giải



Câu 11

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ

x	$-\infty$	-2	0	1	3	6	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Số cực trị của hàm số là

(A) 3.

(B) 4.

(C) 2.

(D) 5.

ham khảo lời giải



 Câu 12

Chu vi đường tròn lớn của mặt cầu $S(O; R)$ là

- (A) πR^2 . (B) $4\pi R^2$. (C) πR . (D) $2\pi R$.

 ham khảo lời giải

 Câu 13

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	-3	-2	0	1	3
$f'(x)$	-	0	+	0	+
$f(x)$	1	-5	0	-2	8

Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-3; 3]$ bằng



(A) 0.

(B) 8.

(C) 1.

(D) 3.

Tham khảo lời giải

 Câu 14

Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u} = (3; 2; 5)$, $\vec{v} = (4; 1; 3)$.
Tọa độ của $\vec{u} - \vec{v}$ là

Ⓐ $(; -1; 2)$.

Ⓑ $(1; -1; -2)$.

Ⓒ $(-1; 1; -2)$.

Ⓓ $(-1; 1; 2)$.

 ham khảo lời giải



 Câu 15

Trong không gian $Oxyz$, một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oyz) là

(A) $\vec{i} = (1; 0; 0).$

(B) $\vec{n} = (0; 1; 1).$

(C) $\vec{j} = (0; 1; 0).$

(D) $\vec{k} = (0; 0; 1).$

 **Tham khảo lời giải**

 Câu 16

Nghiệm của phương trình $2^{x-1} = 8$ là

- Ⓐ $x = 3.$ Ⓑ $x = 2.$ Ⓒ $x = 4.$ Ⓓ $x = 5.$

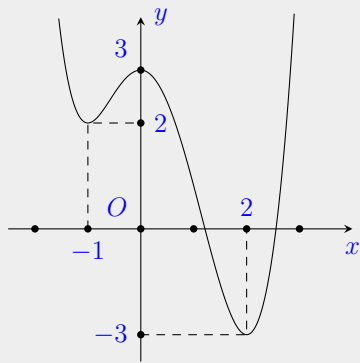
 **Tham khảo lời giải**



 Câu 17

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi phương trình $2f(x) = 5$ có bao nhiêu nghiệm trên đoạn $[-1; 2]$.

- (A) 4. (B) 2. (C) 3. (D) 1.



Tham khảo lời giải



 Câu 18

Gọi z_1, z_2 là 2 nghiệm của phương trình $z^2 - 3z + 5 = 0$.
Mô-đun của số phức $(2\overline{z_1} - 3)(2\overline{z_2} - 3)$ bằng

Ⓐ 29.

Ⓑ 7.

Ⓒ 1.

Ⓓ 11.

 **Tham khảo lời giải**

 Câu 19

Đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x^3-3x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

Ⓐ 3.

Ⓑ 4.

Ⓒ 1.

Ⓓ 2.

 ham khảo lời giải

 Câu 20

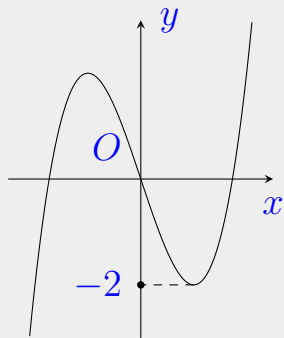
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Phương trình $f(x^2) + 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

Ⓐ 6.

Ⓑ 3.

Ⓒ 4.

Ⓓ 2.



Tham khảo lời giải



 Câu 21

Một khối trụ có đường cao bằng 2, chu vi của thiết diện qua trục gấp 3 lần đường kính đáy. Thể tích của khối trụ đó bằng

Ⓐ 2π .

Ⓑ 32π .

Ⓒ $\frac{8\pi}{3}$.

Ⓓ 8π .

 **Tham khảo lời giải**

 Câu 22

Đạo hàm của hàm số $f(x) = \frac{2^x - 1}{2^x + 1}$ là

(A) $\frac{2^{x+1} \ln 2}{(2^x + 1)^2}$

(B) $\frac{2^x \ln 2}{(2^x + 1)^2}$

(C) $\frac{2^{x+1}}{(2^x + 1)^2}$

(D) $\frac{2^x}{(2^x + 1)^2}$



Tham khảo lời giải

Mui Doan - ☎ 0908 466 889

 Câu 23

Giả sử $f(x)$ là hàm số liên tục trên $[0; +\infty)$ và diện tích phần hình phẳng được kẻ sọc ở hình bên bằng 3. Tích

phân $\int_0^1 f(2x) dx$ bằng

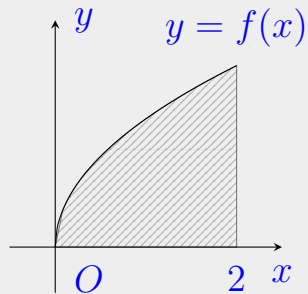
(A) $\frac{4}{3}$.

(B) 3.

(C) 2.

(D) $\frac{3}{2}$.





Tham khảo lời giải

 Câu 24

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , O là tâm của mặt đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SO và CD bằng

(A) $\frac{a}{2}$.

(B) a .

(C) $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

(D) $\sqrt{2}a$.

 ham khảo lời giải



 Câu 25

Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-1}$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

- (A) $(P): x + y - z = 0.$ (B) $(\beta): x + z = 0.$
(C) $(Q): x + y + 2z = 0.$ (D) $(\alpha): x + y - z = 0.$

ham khảo lời giải



 Câu 26

Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^{2x-1}$ là

Ⓐ $\frac{9^x}{3} + C.$

Ⓑ $\frac{9^x}{3 \ln 3} + C.$

Ⓒ $\frac{9^x}{6 \ln 3} + C.$

Ⓓ $\frac{9^x}{6} + C.$

 **Tham khảo lời giải**

 Câu 27

Cho hàm số $f(x) = \sqrt{3x+1}$. Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số đã cho tại điểm có hoành độ $x = 1$ bằng

Ⓐ $\frac{3}{2}$.

Ⓑ $\frac{3}{4}$.

Ⓒ $\frac{1}{4}$.

Ⓓ 2.

 ham khảo lời giải



 Câu 28

Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_2(a + b) = 3 + \log_2(ab)$. Giá trị $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ bằng

Ⓐ 3.

Ⓑ $\frac{1}{3}$.

Ⓒ $\frac{1}{8}$.

Ⓓ 8.

 **Tham khảo lời giải**

 Câu 29

Cho khối lăng tam giác $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên $AA' = 2a$ và tạo mặt phẳng đáy một góc bằng 60° , diện tích tam giác ABC bằng a^2 . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

(A) $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

(B) a^3 .

(C) $\sqrt{3}a^3$.

(D) $\frac{a^3}{3}$.



Tham khảo lời giải

Mui Doan - ☎ 0908 466 889

 Câu 30

Phương trình $\cos 2x = -\frac{1}{3}$ có bao nhiêu nghiệm trên khoảng $\left(0; \frac{3\pi}{2}\right)$?

Ⓐ 2.

Ⓑ 3.

Ⓒ 1.

Ⓓ 4.

 **Tham khảo lời giải**

 Câu 31

Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x + y + z + 1 = 0$ và $(\beta): x + 2y + 3z + 4 = 0$. Một vec-tơ chỉ phương của Δ có tọa độ là

(A) $(2; -1; -1)$.

(B) $(1; -1; 0)$.

(C) $(1; 1; -1)$.

(D) $(1; -2; 1)$.

ham khảo lời giải



 Câu 32

Hàm số $f(x) = x^4(x-1)^2$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- (A) 3. (B) 0. (C) 5. (D) 2.

 Tham khảo lời giải

 Câu 33

Một tổ học sinh có 12 bạn, gồm 7 nam và 5 nữ. Cần chọn một nhóm 3 học sinh của tổ đó để làm vệ sinh lớp học. Hỏi có bao nhiêu cách chọn sao cho trong nhóm có cả nam và nữ?

Ⓐ 22.

Ⓑ 175.

Ⓒ 43.

Ⓓ 350.

 **Tham khảo lời giải**

 Câu 34

Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $f(x) = 3x + m\sqrt{x^2 + 1}$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

(A) 5.

(B) 1.

(C) 7.

(D) 2.

 **Tham khảo lời giải**

 Câu 35

Giả sử $f(x)$ là một hàm số có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết rằng $G(x) = x^3$ là một nguyên hàm của $g(x) = e^{-2x} f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Họ tất cả các nguyên hàm của $e^{-2x} f'(x)$ là

(A) $-2x^3 + 3x^2 + C.$

(B) $2x^3 + 3x^2 + C.$

(C) $x^3 + 3x^2 + C.$

(D) $-x^3 + 3x^2 + C.$



Tham khảo lời giải

Mui Doan - ☎ 0908 466 889

 Câu 36

Có bao nhiêu số phức z đôi một khác nhau thỏa mãn $|z + i| = 2$ và $(z - 2)^4$ là số thực?

Ⓐ 4.

Ⓑ 5.

Ⓒ 7.

Ⓓ 6.

 **Tham khảo lời giải**

 Câu 37

Có 10 học sinh gồm 5 bạn lớp 12A và 5 bạn 12B tham gia một trò chơi. Để thực hiện trò chơi, người điều khiển ghép ngẫu nhiên 10 học sinh đó thành 5 cặp. Xác suất để không có cặp nào gồm hai học sinh cùng lớp bằng

Ⓐ $\frac{4}{63}$.

Ⓑ $\frac{1}{63}$.

Ⓒ $\frac{2}{63}$.

Ⓓ $\frac{8}{63}$.

ham khảo lời giải





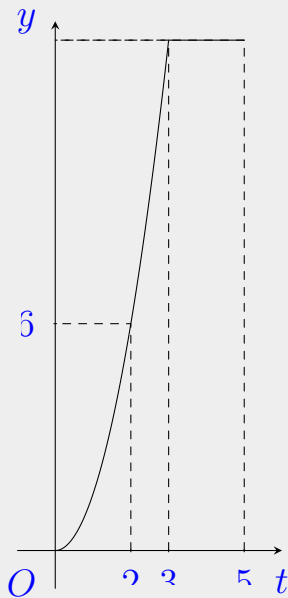
Câu 38

Mui Doan - ☎ 0908 466 889

Một chiếc xe đua F_1 đạt tới vận tốc lớn

☞ Cố gắng sẽ thành công

phần 1 là 360 lần / 1h. Để thi hơn hẳn thi



Tham khảo lời giải

Mui Doan - ☎ 0908 466 889

 Câu 39

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) vuông góc với $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{3}$ và (α) cắt trục Ox , trục Oy và tia Oz lần lượt tại M, N, P . Biết rằng thể tích khối tứ diện $OMNP$ bằng 6. Mặt phẳng (α) đi qua điểm nào dưới đây?



Ⓐ $B(1; -1; 1).$

Ⓑ $A(1; -1; -3).$

Ⓒ $C(1; -1; 2).$

Ⓓ $D(1; -1; -2).$

Tham khảo lời giải

 Câu 40

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân, $AB = BC = 2a$. Tam giác SAC cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với (ABC) , $SA = a\sqrt{3}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) bằng

- (A) 60° . (B) 30° . (C) 45° . (D) 90° .

 ham khảo lời giải



 Câu 41

Cho đồ thị hàm số $(C): y = \frac{x}{x-1}$. Đường thẳng d đi qua điểm $I(1; 1)$, cắt (C) tại hai điểm phân biệt A và B . Khi diện tích tam giác MAB , với $M(0; 3)$ đạt giá trị nhỏ nhất thì độ dài đoạn AB bằng

Ⓐ $\sqrt{10}$.

Ⓑ $\sqrt{6}$.

Ⓒ $2\sqrt{2}$.

Ⓓ $2\sqrt{3}$.

ham khảo lời giải



 Câu 42

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = AA' = 2a$, $AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A.BCC'B'$ bằng

- (A) $\frac{a\sqrt{30}}{3}$. (B) $\frac{a\sqrt{10}}{3}$. (C) $\frac{a\sqrt{30}}{10}$. (D) $\frac{a\sqrt{33}}{3}$.

 **Tham khảo lời giải**

 Câu 43

Có bao nhiêu số nguyên a để phương trình $6^x - 2^x - 3^x = \frac{a}{5}$ có hai nghiệm thực phân biệt?

Ⓐ 4.

Ⓑ 5.

Ⓒ 1.

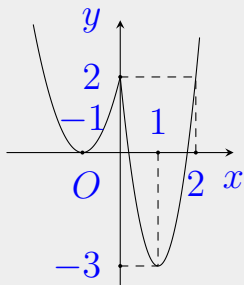
Ⓓ Vô số.

 Tham khảo lời giải

 Câu 44

Cho hai hàm số $u(x) = \frac{x+3}{\sqrt{x^2+3}}$ và $f(x)$, trong đó đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình bên. Hỏi có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $f(u(x)) = m$ có đúng 3 nghiệm phân biệt?

- (A) 4. (B) 3. (C) 2. (D) 1.



Tham khảo lời giải



Câu 45

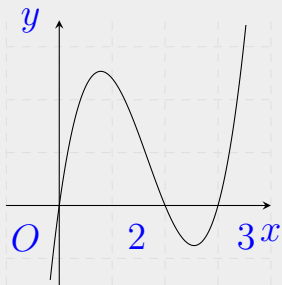
Giả sử $f(x)$ là một đa thức bậc bốn. Đồ thị hàm số $y = f'(1 - x)$ được cho như hình vẽ. Hỏi hàm số $g(x) = f(x^2 - 3)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

Ⓐ $(1; 2)$.

Ⓑ $(-2; -1)$.

Ⓒ $(0; 1)$.

Ⓓ $(-1; 0)$.



Tham khảo lời giải

Câu 46

Giả sử $f(x)$ là hàm có đạo hàm liên tục trên khoảng $(0; \pi)$ và $f'(x) \sin x = x + f(x) \cos x$,

$\forall x \in (0; \pi)$. Biết $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$, $f\left(\frac{\pi}{6}\right) =$

$\frac{1}{12}(a + b \ln 2 + c\pi\sqrt{3})$, với a, b, c là các số nguyên.

Giá trị $a + b + c$ bằng

Ⓐ -1 .

Ⓑ 1 .

Ⓒ 11 .

Ⓓ -11 .

Tham khảo lời giải

Câu 47

Có bao nhiêu số nguyên a để phương trình $z^2 - (a-3)z + a^2 + a = 0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2|$?

Ⓐ 4.

Ⓑ 2.

Ⓒ 3.

Ⓓ 1.

 ham khảo lời giải

Câu 48

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt bên SAB là tam giác đều cạnh $\sqrt{3}a$, ABC là tam giác vuông tại A có cạnh $AC = a$, góc giữa AD và (SAB) bằng 30° . Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ bằng



Ⓐ $V = a^3.$

Ⓑ $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{6}.$

Ⓒ $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{2}.$

Ⓓ $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{4}.$

 **Tham khảo lời giải**

Câu 49

Xét tất cả các số thực dương x, y thỏa mãn $\frac{x+y}{10} + \log\left(\frac{1}{2x} + \frac{1}{2y}\right) = 1 + 2xy$. Khi biểu thức $\frac{4}{x^2} + \frac{1}{y^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất, tích xy bằng

(A) $\frac{9}{100}$.

(B) $\frac{9}{200}$.

(C) $\frac{1}{64}$.

(D) $\frac{1}{32}$.



Tham khảo lời giải

Câu 50

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 24$ cắt mặt phẳng $(\alpha): x + y = 0$ theo giao tuyến là đường tròn (C) . Tìm hoành độ của điểm M thuộc đường tròn (C) sao cho khoảng cách từ M đến $A(6; -10; 3)$ lớn nhất.

Ⓐ $-1.$

Ⓑ $-4.$

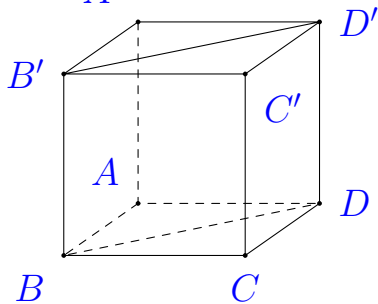
Ⓒ $2.$

Ⓓ $-5.$

Tham khảo lời giải

Lời giải Câu 1

Vì $B'D' \parallel BD$ nên $(AB, B'D') = (AB, BD) = \widehat{ABD} = 45^\circ$.



Chọn phương án **C**

Lời giải Câu 2

Ta có
$$\int_0^1 [g(x) - f(x)] \, dx = \int_0^1 g(x) \, dx - \int_0^1 f(x) \, dx = 1.$$

Chọn phương án **D**

Lời giải Câu 3

Điều kiện xác định $\begin{cases} x > 0 \\ 3 - x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 3.$

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (0; 3).$

Chọn phương án **B**

Lời giải Câu 4

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.

Chọn phương án 

Lời giải Câu 5

Ta có $l^2 = r^2 + h^2$. (1)

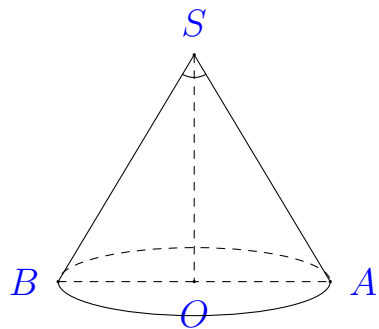
Xét $\triangle SOA$ có $\tan \widehat{OSA} = \frac{OA}{SO}$

$$\Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{r}{h} \Rightarrow h = \frac{r}{\tan 30^\circ} =$$

$$\frac{r}{1} = r\sqrt{3}. \quad (2)$$

$$\sqrt{3}$$

Từ (1), (2) suy ra $l^2 = 4r^2 \Leftrightarrow l = 2r$.



Chọn phương án **A**

Lời giải Câu 6

Phương trình chính tắc của Δ đi qua $A(-1; -1; 1)$ và nhận $\vec{u} = (1; 2; 3)$ làm véc-tơ chỉ phương là

$$\frac{x + 1}{1} = \frac{y + 1}{2} = \frac{z - 1}{3}.$$

Chọn phương án 

Lời giải Câu 7

Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right)$.

Suy ra hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$.

Chọn phương án 

Lời giải Câu 8

Ta có $z + w = 2 + i + 3 - i = 5$.

Vậy phần thực của số phức $z + w$ bằng 5.

Chọn phương án 

Lời giải Câu 9

Họ nguyên hàm của $f(x)$ là $F(x) = \int \sin 3x \, dx = -\frac{1}{3} \cos 3x + C$.

Chọn phương án **A**

Lời giải Câu 10

Ta có $u_3 = u_1 + 2d \Leftrightarrow \frac{1}{3} = 1 + 2d \Leftrightarrow d = -\frac{1}{3}$.

Chọn phương án **B**

Lời giải Câu 11

Ta thấy $f'(x)$ đổi dấu 5 lần và hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ nên hàm số có 5 cực trị.

Chọn phương án **D**

Lời giải Câu 12

Đường tròn lớn của mặt cầu là đường tròn có tâm trùng với tâm của mặt cầu và bán kính bằng bán kính mặt cầu. Suy ra chu vi của đường tròn lớn là $2\pi R$.

Chọn phương án **D**

Lời giải Câu 13

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $\max_{[-3;3]} y = 8$.

Chọn phương án **B**

Lời giải Câu 14

Ta có $\vec{u} - \vec{v} = (-1; 1; 2)$.

Chọn phương án **D**

Lời giải Câu 15

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oyz) là $\vec{i} = (1; 0; 0)$.

Chọn phương án **A**

Lời giải Câu 16

Ta có $2^{x-1} = 8 \Leftrightarrow 2^{x-1} = 2^3 \Leftrightarrow x - 1 = 3 \Leftrightarrow x = 4$.

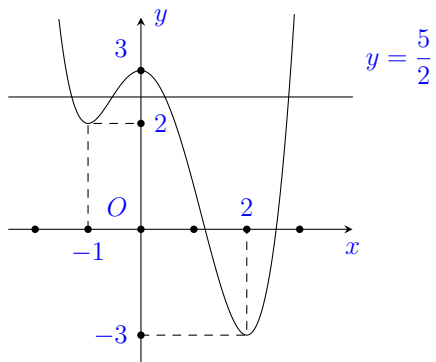
Chọn phương án 

Lời giải Câu 17

Ta có $2f(x) = 5 \Leftrightarrow f(x) = \frac{5}{2}$.

Số nghiệm của phương trình $2f(x) = 5$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng số giao điểm của $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \frac{5}{2}$ trên đoạn $[-1; 2]$.

Dựa vào đồ thị, ta thấy số nghiệm của $2f(x) = 5$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng 2.



Chọn phương án **B**

Lời giải Câu 18

Do z_1, z_2 là 2 nghiệm của phương trình $z^2 - 3z + 5 = 0$
nên theo định lý Vi-et, ta có
$$\begin{cases} z_1 + z_2 = 3 \\ z_1 \cdot z_2 = 5. \end{cases}$$

Khi đó $\overline{z_1} + \overline{z_2} = \overline{z_1 + z_2} = 3, \overline{z_1} \cdot \overline{z_2} = \overline{z_1 \cdot z_2} = 5.$

Suy ra

$$|(2\overline{z_1} - 3)(2\overline{z_2} - 3)| = |4 \cdot \overline{z_1} \cdot \overline{z_2} - 6(\overline{z_1} + \overline{z_2}) + 9| = |11| = 11.$$

Chọn phương án **D**

Lời giải Câu 19

Ta có $y = \frac{x+3}{x(x^2-3)}$ do đó

- $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+3}{x^3-3x} = 0$ nên đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang.
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+3}{x^3-3x} = -\infty$ nên đường thẳng $x = 0$ là tiệm cận đứng.

- $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}^+} \frac{x+3}{x^3-3x} = +\infty$ nên đường thẳng $x = \sqrt{3}$ là tiệm cận đứng.
- $\lim_{x \rightarrow -\sqrt{3}^+} \frac{x+3}{x^3-3x} = +\infty$ nên đường thẳng $x = -\sqrt{3}$ là tiệm cận đứng.

Vậy, đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận.

Chọn phương án **B**

Lời giải Câu 20

Đặt $x^2 = t$, ($t \geq 0$) phương trình $f(x^2) + 1 = 0$ trở thành $f(t) + 1 = 0 \Leftrightarrow f(t) = -1$.

Dựa vào đồ thị hàm số, ta suy ra phương trình $f(t) =$

$$-1 \Leftrightarrow \begin{cases} t = t_1 < 0 \text{ (không thỏa mãn)} \\ t = t_2 > 0 \\ t = t_3 > 0. \end{cases}$$

Khi đó:

- Với $t = t_2 > 0$ ta có: $x^2 = t_2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{t_2}$.
- Với $t = t_3 > 0$ ta có: $x^2 = t_3 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{t_3}$.

Vậy, phương trình $f(x^2) + 1 = 0$ có 4 nghiệm thực phân biệt.

Chọn phương án 

Lời giải Câu 21

Gọi d là đường kính đáy và h là chiều cao của khối trụ đã cho.

Ta có chu vi của thiết diện qua trục là $P = 2(d + h)$.

Từ giả thiết, suy ra $2(d + 2) = 3d \Leftrightarrow d = 4$.

Khi đó, bán kính của khối trụ là $r = 2$.

Vậy thể tích của khối trụ đó là $V = \pi r^2 h = 8\pi$.

Chọn phương án **D**

Lời giải Câu 22

Ta có

$$\begin{aligned}f'(x) &= \frac{(2^x - 1)' \cdot (2^x + 1) - (2^x - 1) \cdot (2^x + 1)'}{(2^x + 1)^2} \\&= \frac{2^x \cdot \ln 2 \cdot (2^x + 1) - (2^x - 1) \cdot 2^x \cdot \ln 2}{(2^x + 1)^2} \\&= \frac{2^{x+1} \ln 2}{(2^x + 1)^2}.\end{aligned}$$

Chọn phương án 

Lời giải Câu 23

Từ giả thiết ta có $\int_0^2 f(x) dx = 3$.

Xét $I = \int_0^1 f(2x) dx$, đặt $t = 2x \Rightarrow dt = 2 dx \Rightarrow \frac{dt}{2} = dx$.

Đổi cận: $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 0 \\ x = 1 \Rightarrow t = 2. \end{cases}$

Suy ra

$$I = \frac{1}{2} \int_0^2 f(t) \, dt = \frac{1}{2} \int_0^2 f(x) \, dx = \frac{3}{2}.$$

Chọn phương án **D**

Lời giải Câu 24

Trong mặt phẳng $(ABCD)$ kẻ $OM \perp CD$ tại M .

Vì $ABCD$ là hình vuông nên M là trung điểm của CD .

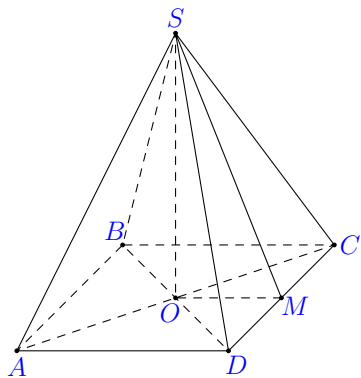
Mặt khác, $S.ABCD$ là hình chóp đều nên ta có $SO \perp (ABCD)$

$\Rightarrow SO \perp OM$.

Do đó, OM là đoạn vuông góc chung của SO và CD .

Suy ra khoảng cách giữa hai đường

SO và CD là OM .



Chọn phương án **A**

Lời giải Câu 25

Ta có $\vec{u}_\Delta \cdot \vec{n}_{(Q)} = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 - 1 \cdot (-2) = 0 \Rightarrow \vec{u}_\Delta \perp \vec{n}_{(Q)}$.

Suy ra đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-1}$ song song với mặt phẳng $(Q): x + y + 2z = 0$.

Chọn phương án 

Lời giải Câu 26

Ta có
$$\int 3^{2x-1} dx = \frac{1}{2} \cdot \frac{3^{2x-1}}{\ln 3} + C = \frac{9^x}{6 \ln 3} + C.$$

Chọn phương án 

Lời giải Câu 27

Ta có $f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{3x+1}}$.

Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số đã cho tại điểm có hoành độ $x = 1$ bằng

$$f'(1) = \frac{3}{2\sqrt{3 \cdot 1 + 1}} = \frac{3}{4}.$$

Chọn phương án **B**

Lời giải Câu 28

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \log_2(a+b) &= 3 + \log_2(ab) \Leftrightarrow \log_2(a+b) - \log_2(ab) = \\ -3 &\Leftrightarrow \log_2 \frac{a+b}{ab} = -3 \Leftrightarrow \frac{a+b}{ab} = 2^{-3} \Leftrightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{8} \end{aligned}$$

Chọn phương án **C**

Lời giải Câu 29

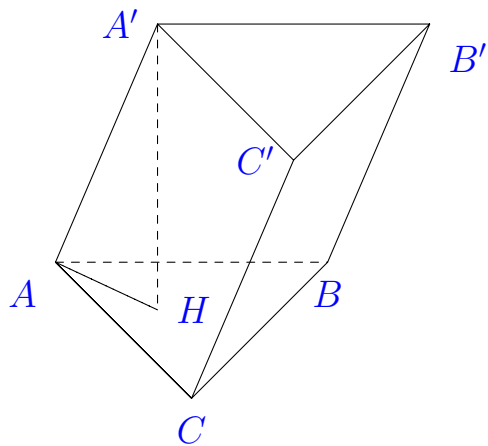
Gọi H là hình chiếu của A' trên mặt phẳng (ABC) .

Suy ra: $(AA', (ABC)) = (AA', AH) = \widehat{A'AH} = 60^\circ$.

$$A'H = AA' \sin \widehat{A'AH} = a\sqrt{3}.$$

Thể tích khối lăng trụ bằng

$$V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{3} \cdot A'H \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot a^2 = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}.$$



Chọn phương án **A**

Lời giải Câu 30

$$\text{Ta có } \cos 2x = -\frac{1}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \arccos\left(-\frac{1}{3}\right) + k2\pi \\ 2x = -\arccos\left(-\frac{1}{3}\right) + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow$$
$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} \arccos\left(-\frac{1}{3}\right) + k\pi \\ x = -\frac{1}{2} \arccos\left(-\frac{1}{3}\right) + k\pi \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 0 < \frac{1}{2} \arccos \left(-\frac{1}{3} \right) + k\pi < \frac{3\pi}{2} \\ 0 < -\frac{1}{2} \arccos \left(-\frac{1}{3} \right) + k\pi < \frac{3\pi}{2} \end{cases} \Rightarrow k \in \{0; 1\}.$$

Chọn phương án **A**

Lời giải Câu 31

Ta có $\vec{n}_\alpha = (1; 1; 1); \vec{n}_\beta = (1; 2; 3)$.

Suy ra $\vec{u}_\Delta = [\vec{n}_\alpha, \vec{n}_\beta] = (1; -2; 1)$ là vec-tơ chỉ phương của Δ .

Chọn phương án **D**

Lời giải Câu 32

Ta có $f'(x) = 4x^3(x - 1)^2 + x^4 \cdot 2(x - 1)$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^3(x - 1)[3x - 2] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Ba nghiệm trên là nghiệm bội lẻ nên suy ra số điểm cực trị của hàm số là 3.

Chọn phương án 

Lời giải Câu 33

- Số cách chọn 3 học sinh từ 12 học sinh là C_{12}^3 .
- Số cách chọn 3 học sinh từ 7 học sinh nam là C_7^3 .
- Số cách chọn 3 học sinh từ 5 học sinh nữ là C_5^3 .
- Số cách chọn sao cho trong nhóm có cả nam và nữ là $C_{12}^3 - C_7^3 - C_5^3 = 175$ cách.

Chọn phương án **B**

Lời giải Câu 34

Ta có $f'(x) = 3 + \frac{mx}{\sqrt{x^2 + 1}} = \frac{3\sqrt{x^2 + 1} + mx}{\sqrt{x^2 + 1}}$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Tức là $3\sqrt{x^2 + 1} + mx \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow mx \geq -3\sqrt{x^2 + 1}, \forall x \in \mathbb{R}$.

- TH1 : $x = 0 \Rightarrow 0 \geq -3$ (luôn đúng).

- TH2: $x > 0 \Rightarrow m \geq \frac{-3\sqrt{x^2 + 1}}{x} = g(x). \quad (1)$

- TH3: $x < 0 \Rightarrow m \leq \frac{-3\sqrt{x^2 + 1}}{x} = g(x). \quad (2)$

Xét hàm số $g(x) = -\frac{3\sqrt{x^2 + 1}}{x}, (x \neq 0)$. Ta có $g'(x) =$
 $\frac{3}{x^2\sqrt{x^2 + 1}} > 0, \forall x \neq 0.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	+		+
$g(x)$	3	$+\infty$	$-\infty$
			-3

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $(1) \Leftrightarrow m \geq -3$, $(2) \Leftrightarrow m \leq 3 \Rightarrow -3 \leq m \leq 3$.

Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$.

Vậy có 7 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn phương án 

Lời giải Câu 35

Ta có $I = \int e^{-2x} f'(x) dx$.

$$G'(x) = g(x) = 3x^2.$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = e^{-2x} \\ dv = f'(x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = -2e^{-2x} dx \\ v = f(x). \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } I = e^{-2x} f(x) + 2 \int e^{-2x} f(x) dx = 3x^2 + 2x^3 + C.$$

Chọn phương án **B**

Lời giải Câu 36

Ta có $|z + i| = 2 \Leftrightarrow x^2 + (y + 1)^2 = 4 \quad (1)$

$$(z - 2)^4 = [(x - 2)^2 - y^2]^2 - 4(x - 2)^2 y^2 + 4(x - 2)y [(x - 2)^2 - y^2] i.$$

$(z - 2)^4$ là số thực khi và chỉ khi $(x - 2)y [(x - 2)^2 - y^2] =$

$$0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \\ x - 2 = y \\ x - 2 = -y. \end{cases} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta tìm được các cặp $(x; y)$ như sau

$$\left\{ (2; -1); (\pm\sqrt{3}; 0); \left(\frac{1 - \sqrt{7}}{2}; \frac{-3 - \sqrt{7}}{2} \right); \left(\frac{1 + \sqrt{7}}{2}; \frac{-3 + \sqrt{7}}{2} \right) \right\}.$$

Suy ra có 5 số phức cần tìm.

Chọn phương án **B**

Lời giải Câu 37

Ta có $n(\Omega) = C_{10}^2 \cdot C_8^2 \cdot C_6^2 \cdot C_4^2 \cdot C_2^2 = 113400$.

Gọi A là biến cố: “không có cặp nào gồm hai học sinh cùng lớp”

Suy ra $n(A) = (C_5^1)^2 \cdot (C_4^1)^2 \cdot (C_3^1)^2 \cdot (C_2^1)^2 \cdot (C_1^1)^2 = 14400$.

Xác suất để không có cặp nào gồm hai học sinh cùng lớp bằng $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{14400}{113400} = \frac{8}{63}$.

Chọn phương án **D**

Lời giải Câu 38

Trong 2 giây đầu, $v_1 = at^2$.

Lại có khi $t = 2(s) \Rightarrow v_1 = 60(m/s)$ nên $60 = a \cdot 2^2 \Leftrightarrow a = 15$, suy ra $v_1 = 15t^2$.

Quãng đường vật đi được trong 2 giây đầu là $s_1 =$

$$\int_0^2 v_1(t) dt = \int_0^2 15t^2 dt = 40(m).$$

Trong giây tiếp theo, $v_2 = mt + n$.

Ta có $\begin{cases} t = 2 \Rightarrow v = 60\text{m/s} \\ t = 3 \Rightarrow v = 360\text{km/h} = 100\text{m/s} \end{cases}$, nên ta có hệ

phương trình $\begin{cases} 2m + n = 60 \\ 3m + n = 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 40 \\ n = -20. \end{cases}$

$$\Rightarrow v_2(t) = 40t - 20.$$

Quãng đường vật đi được trong giây tiếp theo là $S_2 =$

$$\int_2^3 v_2(t) dt = \int_2^3 (40t - 20) dt = 80(\text{m}).$$

Trong 2 giây cuối, $v_3 = 100(\text{m/s})$.

Quãng đường vật đi được trong 2 giây cuối là $s_3 =$

$$\int_3^5 v_3(t) dt = \int_3^5 100 dt = 200(\text{m}).$$

Vậy trong 5 giây đó xe đã đi được quãng đường là $40 + 80 + 200 = 320(\text{m})$.

Chọn phương án **D**

Lời giải Câu 39

Đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{3}$ có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; -2; 3)$.

Vì $(\alpha) \perp \Delta \Rightarrow (\alpha)$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = \vec{u} = (1; -2; 3)$.

Khi đó phương trình mặt phẳng (α) có dạng $(\alpha): x - 2y + 3z + d = 0$.

$$\text{Ta} \quad \text{có} \quad \begin{cases} M = \Delta \cap Ox \\ N = \Delta \cap Oy \\ P = \Delta \cap Oz \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M(-d; 0; 0) \\ N\left(0; \frac{d}{2}; 0\right) \\ P\left(0; 0; -\frac{d}{3}\right) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} OM = |d| \\ ON = \frac{|d|}{2} \\ OP = \frac{|d|}{3} \\ -\frac{d}{3} > 0 \Leftrightarrow d < 0. \end{cases}$$

Vì $OMNP$ là tứ diện vuông tại O nên

$$V_{OMNP} = \frac{1}{6} OM \cdot ON \cdot OP = \frac{1}{36} = |d|^3 = 6 \Leftrightarrow |d|^3 = 216 \Leftrightarrow |d| = 6 \Leftrightarrow d = \pm 6.$$

Mà $d < 0 \Rightarrow d = -6 \Rightarrow (\alpha): x - 2y + 3z - 6 = 0$.

Vậy (α) đi qua điểm $B(1; -1; 1)$.

Chọn phương án **A**

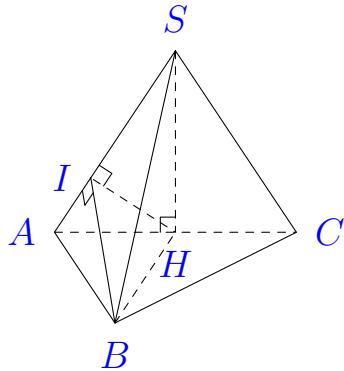
Lời giải Câu 40

Gọi H là trung điểm của $AC \Rightarrow$
 $SH \perp (ABC)$ ABC là tam giác
vuông cân tại B nên $BH \perp AC \Rightarrow$
 $BH \perp (SAC)$.

Kẻ $BI \perp SA$, $BH \perp SA \Rightarrow HI \perp$
 SA .

Góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và
 (SAC) là góc $\widehat{BIH} = \alpha$.

Ta có $AH = BH = \frac{AC}{2} = \frac{AB\sqrt{2}}{2} =$
 $a\sqrt{2}$.



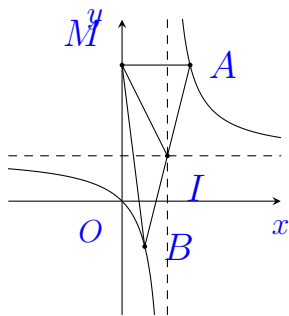
Chọn phương án **A**

Lời giải Câu 41

Đồ thị hàm số $(C): y = \frac{x}{x-1}$ có đường tiệm cận đứng là $x = 1$, đường tiệm cận ngang là $y = 1$ nên giao điểm của hai tiệm cận $I(1; 1)$ là tâm đối xứng của đồ thị hàm số.

Đường thẳng d đi qua điểm $I(1; 1)$, cắt (C) tại hai điểm phân biệt A và B . Khi đó I là trung điểm của đoạn AB .

Khi đó ta có thể gọi $A \left(1 - m; \frac{1 - m}{-m} \right)$,
 $B \left(1 + m; \frac{1 + m}{m} \right)$.



Ta có $S_{\triangle MIB} = \frac{1}{2}ah = \frac{1}{2} \cdot d(B; IM) \cdot IM = \frac{1}{2} \left| \frac{2m^2 + 1}{m} \right|$.

Xét hàm số $g(m) = \frac{2m^2 + 1}{m}$, với $m > 0$ có $g'(m) = \frac{2m^2 - 1}{m^2} = 0 \Rightarrow m = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Ta có bảng biến thiên sau

m	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$+\infty$
$g'(m)$	-	0	+
$g(m)$	$+\infty$	$2\sqrt{2}$	$+\infty$

Vì $2\sqrt{2} > 0$ nên suy ra $\min_{m>0} |g(m)| = 2\sqrt{2}$, khi $m = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Khi đó $IB = \sqrt{m^2 + \frac{1}{m^2}} = \sqrt{\frac{5}{2}}$, suy ra $AB = 2IB =$

$$\sqrt{10}.$$

Chọn phương án **A**

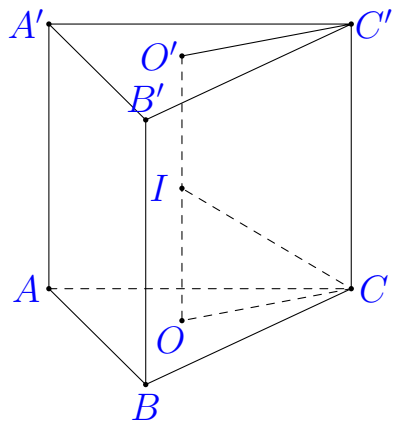
Lời giải Câu 42

Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A.BCC'B'$ chính là mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$.

Gọi R là bán kính mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ, $R_{\text{đáy}}$ là bán kính đường tròn ngoại tiếp đáy $\triangle ABC$, ta có

$$R = \sqrt{\frac{h^2}{4} + R_{\text{đáy}}^2},$$
 với h là chiều cao lăng trụ.

Áp dụng định lí Cosin trong $\triangle ABC$ ta có



Vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp chóp $A.BCC'B'$ là $R = \sqrt{\frac{h^2}{4} + R_{\text{đáy}}^2} = \sqrt{\frac{4a^2}{4} + \frac{7a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{30}}{3}$.

Chọn phương án 

Lời giải Câu 43

Xét hàm số $f(x) = 6^x - 2^x - 3^x$ ta có

$$f'(x) = 6^x \ln 6 - 2^x \ln 2 - 3^x \ln 3 \Leftrightarrow f'(x) = (6^x - 2^x) \ln 2 + (6^x - 3^x) \ln 3$$

$$\bullet \text{ Với } x > 0 \text{ ta có } \begin{cases} 6^x > 2^x \\ 6^x > 3^x \\ \ln 2 > 0, \ln 3 > 0 \end{cases} \Rightarrow f'(x) > 0.$$

- Với $x < 0$ ta có
$$\begin{cases} 6^x < 2^x \\ 6^x < 3^x \\ \ln 2 > 0, \ln 3 > 0 \end{cases} \Rightarrow f'(x) < 0.$$

- Với $x = 0 \Rightarrow f'(x) = 0.$

Do đó phương trình $f'(x) = 0$ có nghiệm duy nhất $x = 0$.

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	0	-1	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $6^x - 2^x - 3^x = \frac{a}{5}$ có 2 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow -1 < \frac{a}{5} < 0 \Leftrightarrow -5 < a < 0.$$

Mà $a \in \mathbb{Z} \Rightarrow a \in \{-4; -3; -2; -1\}$.

Vậy có 4 giá trị của a thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn phương án **A**

Lời giải Câu 44

Xét hàm số $u(x) = \frac{x+3}{\sqrt{x^2+3}}$ ta có

$$u'(x) = \frac{\sqrt{x^2+3} - (x+3) \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2+3}}}{x^2+3} = \frac{x^2+3 - x^2-3x}{(x^2+3)\sqrt{x^2+3}} = \frac{3-x}{(x^2+3)\sqrt{x^2+3}}$$

$u'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$. Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$u'(x)$	$+$	0	$-$
$u(x)$	-1	2	1

Đặt $t = u(x)$, phương trình $f(u(x)) = m \Leftrightarrow f(t) = m$.

Do đó để phương trình $f(t) = m$ có đúng 3 nghiệm x phân biệt thì cần phải có 2 nghiệm phân biệt t_1, t_2 thỏa

mãn

$$\begin{cases} t_1 \in (-1; 1) \cup \{2\} \\ t_2 \in (1; 2). \end{cases} \quad (*)$$

Dựa vào đồ thị hàm số $f(x)$ ta thấy $(*) \Rightarrow m \in (-3; 0]$.

Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{0; -1; -2\}$.

Vậy có 3 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn phương án **B**

Lời giải Câu 45

Dựa vào đồ thị $y = f'(1 - x)$ ta có

$$\begin{cases} f'(1 - x) \geq 0 \Leftrightarrow x \in [0; 2] \cup [3; +\infty) \\ f'(1 - x) \leq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 0] \cup [2; 3] \end{cases} \Rightarrow$$
$$\begin{cases} f'(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -2] \cup [-1; 1] \\ f'(x) \leq 0 \Leftrightarrow x \in [-2; -1] \cup [1; +\infty). \end{cases}$$

Ta có $g'(x) = [f(x^2 - 3)]' = 2x f'(x^2 - 3).$

$$g'(x) \leq 0 \Leftrightarrow 2xf'(x^2 - 3) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ f'(x^2 - 3) \leq 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} x \leq 0 \\ f'(x^2 - 3) \geq 0. \end{cases} \quad (2)$$

$$(1) \quad \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 - 3 \in [-2; -1] \cup [1; +\infty) \end{cases} \quad \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 \in [1; 2] \cup [4; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in [1; \sqrt{2}] \\ x \in [2; +\infty). \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x^2 - 3 \in (-\infty; -2] \cup [-1; 1] \end{cases} \Leftrightarrow \\
 & \begin{cases} x \leq 0 \\ x^2 \in (-\infty; 1] \cup [2; 4] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in [-2; -\sqrt{2}] \\ x \in [-1; 0]. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Suy ra hàm số $g(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-2; -\sqrt{2})$, $(-1; 0)$, $(1; \sqrt{2})$, $(2; +\infty)$.

Chọn phương án **H**

Lời giải Câu 46

Ta có

$$f'(x) \sin x = x + f(x) \cos x$$

$$\Leftrightarrow f'(x) \sin x - f(x) \cos x = x$$

$$\Leftrightarrow \frac{f'(x) \sin x - f(x) \cos x}{\sin^2 x} = \frac{x}{\sin^2 x}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{f(x)}{\sin x} \right)' = \frac{x}{\sin^2 x}.$$

Lấy nguyên hàm hai vế ta có $\int \left(\frac{f(x)}{\sin x} \right)' dx =$

$$\int \frac{x}{\sin^2 x} dx \Leftrightarrow \frac{f(x)}{\sin x} = \int \frac{x}{\sin^2 x} dx.$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = \frac{dx}{\sin^2 x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -\cot x. \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow \int \frac{x}{\sin^2 x} \, dx &= -x \cot x + \int \cot x \, dx \\
&= -x \cot x + \int \frac{\cos x}{\sin x} \, dx \\
&= -x \cot x + \int \frac{d(\sin x)}{\sin x} \\
&= -x \cot x + \ln |\sin x| + C.
\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{f(x)}{\sin x} = -x \cot x + \ln |\sin x| + C$$

$$\Rightarrow f(x) = (-x \cot x + \ln |\sin x| + C) \sin x.$$

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 \Rightarrow \sin \frac{\pi}{2} \left(-\frac{\pi}{2} \cot \frac{\pi}{2} + \ln \left|\sin \frac{\pi}{2}\right| + C\right) = 1 \Leftrightarrow$$

$$C = 1$$

$$\Rightarrow f(x) = \sin x (-x \cot x + \ln |\sin x| + 1)$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sin \frac{\pi}{6} \left(-\frac{\pi}{6} \cot \frac{\pi}{6} + \ln \left|\sin \frac{\pi}{6}\right| + 1\right) =$$

$$\frac{1}{12} (6 - 6 \ln 2 - \pi \sqrt{3})$$

$$\Rightarrow a = 6, b = -6, c = -1.$$

Vậy $a + b + c = -1$.

Chọn phương án **A**

Lời giải Câu 47

Phương trình có hai nghiệm phức

$$\Leftrightarrow \Delta = (a-3)^2 - 4(a^2+a) < 0 \Leftrightarrow a^2 - 6a + 9 - 4a^2 - 4a < 0 \Leftrightarrow -3a^2 - 1$$

Gọi $z_1 = m + ni$, $z_2 = m - ni$.

$$\text{Khi đó } |z_1 + z_2| = |z_1 - z_2| \Leftrightarrow m^2 = n^2 \Leftrightarrow \begin{cases} m = n \\ m = -n. \end{cases}$$

Vậy số phức có dạng: $z_1 = m + mi$ và $z_2 = m - mi$.

Theo giả thiết, ta có

$$\begin{aligned} & \begin{cases} z_1 + z_2 = a + 3 \\ z_1 \cdot z_2 = a^2 + a \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 2m = a - 3 \\ 2m^2 = a^2 + a \end{cases} \\ \Rightarrow & (a - 3)^2 = 2(a^2 + a) \\ \Rightarrow & a^2 - 6a + 9 = 2a^2 + 2a \\ \Leftrightarrow & a^2 + 8a - 9 = 0 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = -9. \end{cases}$$

So với điều kiện $\Delta < 0$, ta có $a = 1; a = -9$ thỏa mãn.
Vậy có hai giá trị a thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn phương án **B**

Lời giải Câu 48

Gọi H là hình chiếu của C lên
 (SAB) . Vì $AD \parallel BC$ nên

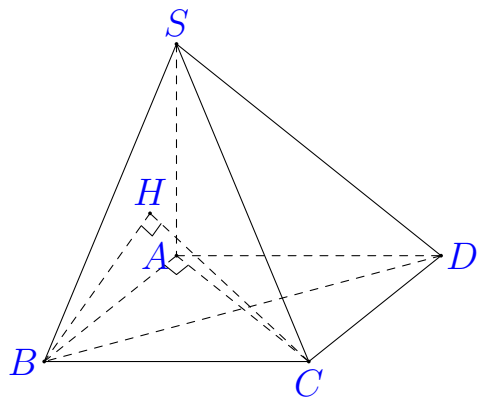
$$(AD, (SAB)) = (BC, (SAB)) = (BC, BH) = \widehat{CBH} = 30^\circ.$$

Tam giác ABC là vuông tại A có

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{3a^2 + a^2} = 2a.$$

Xét tam giác vuông BCH có

$$CH = BC \cdot \sin 30^\circ = 2a \cdot \frac{1}{2} = a.$$



Tam giác SAB đều cạnh $a\sqrt{3}$ nên $S_{\triangle SAB} = \frac{(a\sqrt{3})^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}a^2}{4}$.

Suy ra $V_{S.ABC} = V_{C.SAB} = \frac{1}{3}CH \cdot S_{\triangle SAB} = \frac{1}{3}a \cdot \frac{3\sqrt{3}a^2}{4} = \frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = 2V_{S.ABC} = \frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

Chọn phương án **C**

Lời giải Câu 49

Ta có

$$\begin{aligned}\frac{x+y}{10} + \log \left(\frac{1}{2x} + \frac{1}{2y} \right) &= 1 + 2xy \\ \Leftrightarrow \frac{x+y}{10} + \log \frac{x+y}{2xy} &= 1 + 2xy \\ \Leftrightarrow \frac{x+y}{10} + \log \frac{x+y}{10} &= \log(2xy) + 2xy.\end{aligned}\tag{1}$$

Xét hàm số $f(t) = t + \log t$ với $t > 0$.

Ta có $f'(t) = 1 + \frac{1}{t \ln 10} > 0, \forall t > 0$. Suy ra $f(t)$ đồng

biến trên $(0; +\infty)$.

Do đó (1) $\Leftrightarrow \frac{x+y}{10} = 2xy \Leftrightarrow x+y = 20xy \Rightarrow y = \frac{x}{20x-1}$ (vì $x = \frac{1}{20}$ không là nghiệm của phương trình $x+y = 20xy$).

$$\text{Ta có } P = \frac{4}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{4}{x^2} + \frac{(20x-1)^2}{x^2} = \frac{400x^2 - 40x + 5}{x^2} = 400 - \frac{40}{x} + \frac{5}{x^2} = 320 + 5 \left(4 - \frac{1}{x}\right)^2.$$

P đạt giá trị nhỏ nhất khi $4 - \frac{1}{x} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{4} \Rightarrow y = \frac{1}{16}$.

Vậy $xy = \frac{1}{64}$.

Chọn phương án 

Lời giải Câu 50

Mặt cầu (S) có tâm $I(0; 2; -3)$
và bán kính $R = 2\sqrt{6}$.

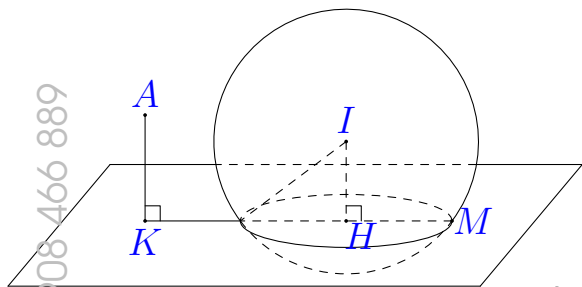
Gọi H là tâm đường tròn
 $(C) \Rightarrow IH \perp (\alpha)$.

Suy ra $IH: \begin{cases} x = t \\ y = 2 + t, t \in \end{cases}$

$\mathbb{R}$.

Suy ra $H(-1; 1; -3)$ và $IH =$
 $d(I; (\alpha)) = \sqrt{2}$.





Suy ra bán kính của đường tròn (C) là $r = \sqrt{R^2 - IH^2} = \sqrt{24^2 - 2^2} = \sqrt{578} = 24,2$.

Để thấy điểm A nằm ngoài mặt cầu (S) . Gọi K là hình chiếu của A lên (α) .

Suy ra $AK: \begin{cases} x = 6 + n \\ y = -10 + n, n \in \mathbb{R}. \end{cases}$ Suy ra $K(8; -8; 3)$.

Ta có $KH = \sqrt{(8+1)^2 + (-8-1)^2 + (3+3)^2} = 3\sqrt{22} > r$.

$$AM = \sqrt{AK^2 + KM^2} = \sqrt{2 + KM^2}.$$

AM lớn nhất khi KM lớn nhất. Khi đó M là giao điểm của KH và (S) .

Ta có $KH: \begin{cases} x = -1 + 3m \\ y = 1 - 3m \\ z = -3 + 2m \end{cases}, m \in \mathbb{R}. \text{ Suy ra}$

$M(2; -2; -1) \Rightarrow AM = 4\sqrt{6}$ (loại)

$M(-4; 4; -5) \Rightarrow AM = 10\sqrt{3}$ (nhận).

Vậy $M(-4; 4; -5)$.

Chọn phương án **B**